Dimensionnement dynamique d'un banc d'essai de voie ferrée à échelle réduite avec le code CESAR-LCPC

Ali AL-SHAER
Denis DUHAMEL
Karam SAB
Vu Hieu NGUYEN
Gilles FORET
Institut Navier, LAMI (ENPC/LCPC)

Erick MERLIOT
Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

Laurent SCHMITT
SNCF, Direction de la Recherche et de la Technologie

RÉSUMÉ

Le LAMI est en train d'élaborer un essai à échelle réduite (1/3) représentant une portion de la voie ferrée à cinq traverses, dont trois sont mises en charge à l'aide de vérins hydrauliques simulant le passage des trains. Une des difficultés dans la réalisation d'un tel essai est l'application de conditions aux limites semblables à la réalité, en particulier les conditions de demi-espace infini. Des calculs simples avec CESAR-LCPC ont été réalisés, en considérant que tous les constituants du banc d'essai ont un comportement élastique linéaire et sous l'action d'une charge en forme de M à 100 m/s (à l'échelle réelle), afin de répondre aux critères de dimensionnement.

DOMAINE : *Sciences de l'ingénieur.*

ABSTRACT

DYNAMIC DESIGN OF A REDUCED-SCALE RAILWAY TEST BENCH USING THE CESAR-LCPC COMPUTATION CODE

The LAMI laboratory is in the process of deriving a reduced-scale test (1/3-scale) representing a portion of a railway track with five sleepers, for which three sleepers have been loaded using hydraulic jacks that simulate the rolling of trains. One of the difficulties encountered during development of such a test consists of applying realistic boundary conditions, in particular infinite half-space conditions. Simple computations using the CESAR-LCPC finite element code were performed by considering that all test bench components exhibit linear elastic behavior and under a mobile "M" shaped load at 100 m/s (at real scale), in order to respond to the set of design criteria.

FIELD: *Engineering sciences.*

INTRODUCTION

Depuis l'existence des voies ferrées ballastées, les chercheurs essaient de mieux connaître la réponse de la voie aux passages des trains en étudiant les comportements de chaque constituant de la voie et plus précisément celui du ballast, la composante qui résiste à la plupart des efforts exercés sur la voie. Plusieurs types d'études expérimentales sont menés dans ce cadre : les essais classiques, les essais à échelle réelle et ceux à échelle réduite. Les essais classiques comportent des essais à la boîte de Casagrande et à l'appareil triaxial. Une des premières études à échelle réelle est celle de Vienne-Arsenal [1]. En 1999, le LAMI a développé un essai à échelle réduite (1/3), appelé BETTER [2], reproduisant une portion de voie constituée d'une traverse. Il élabore actuellement un essai à échelle réduite (1/3) représentant une portion de voie constituée de cinq traverses (bi-blocs) afin de simuler le passage d'une charge roulante. Trois traverses sont mises en charge à l'aide de trois vérins hydrauliques qui fournissent des signaux ayant la forme de la lettre M et appliqués sur les traverses avec un décalage en temps.

Cet article traite du dimensionnement dynamique du banc d'essai et plus précisément de celui du massif qui supporte la portion de la voie. Il débute par la description générale de l'essai : les constituants, les lois de similitude et le type de force appliquée. Ensuite, on présente les deux outils numériques qui sont utilisés afin d'introduire la charge mobile et les éléments d'amortissement dans le

modèle par éléments finis (CESAR). Enfin, on propose des critères de dimensionnement et on essaie de répondre à chaque critère par des calculs en éléments finis ou des calculs analytiques unidimensionnels.

DESCRIPTION GÉNÉRALE DE L'ESSAI

Éléments constitutifs

L'éprouvette comporte une couche de ballast à échelle un tiers (micro-ballast), reposant sur une couche de sable représentant la couche d'assise. Cinq traverses bi-blocs en béton armé, reproduction à échelle un tiers d'une traverse bi-blocs à échelle réelle (Fig. 1), sont posées sur 10 cm de micro-ballast (équivalent à 30 cm à échelle réelle), et sont entourées de micro-ballast jusqu'à leurs surfaces supérieures. L'ensemble est posé sur un massif contenant plusieurs couches de matériaux différents afin de bien simuler un demi-espace infini. La couche de ballast est limitée d'un côté par un plan incliné (talus) qui représente le bord libre du ballast, alors que sur la face opposée se trouve un plan vertical qui est le plan de symétrie de la plate-forme (Fig. 2).

Le portique est solidaire de la dalle et supporte les vérins à paliers hydrostatiques. Trois traverses sont chargées par l'intermédiaire d'une pièce de répartition en acier, de manière à pouvoir obtenir un niveau de chargement vertical identique sur les deux blochets de la même traverse. Afin de simuler le passage d'un train, le signal de force est appliqué sur les traverses avec un décalage en temps. Le massif comprend, du haut vers le bas, une dalle en acier (0,07 m d'épaisseur), une couche de béton (1 m) entourée par des plaquettes de polystyrène, une ou plusieurs couche(s) à déterminer selon les critères définis plus loin. Tous les constituants du banc d'essai (portion de voie + massif) sont supportés par une fondation en béton armée capable de supporter le poids du banc.

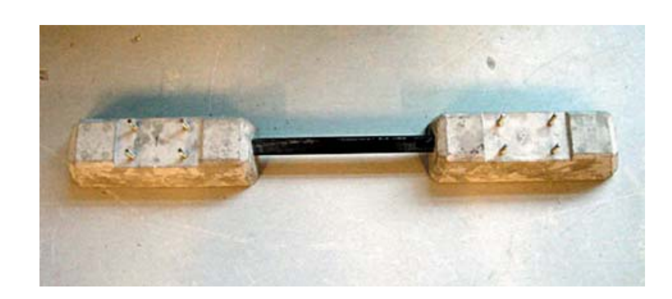


Figure 1
Traverse à échelle réduite (1/3).

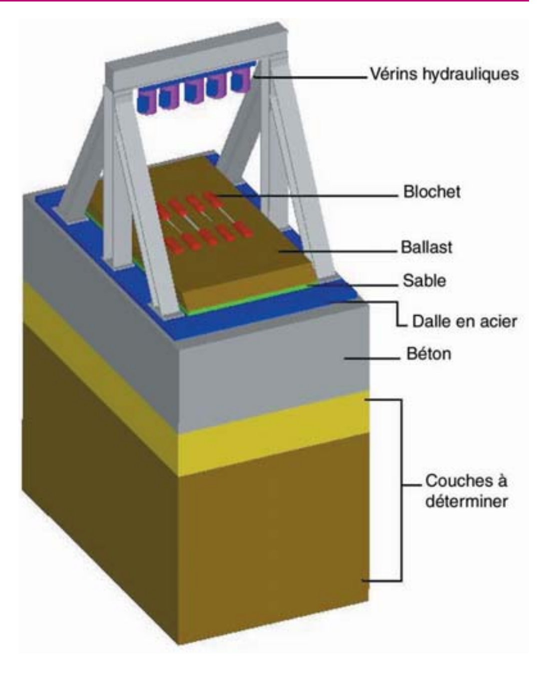


Figure 2
Essai à échelle réduite (1/3).

Lois de similitude : conservation du champ d'accélération

Du fait que l'on s'intéresse au comportement dynamique de la voie, il est important de reformuler une loi de similitude conservant le champ d'accélération. Dans cette loi de similitude, on se fonde sur deux options :

- faire des essais à échelle réduite (1/3) ;
- réaliser des essais avec des matériaux naturels dont les masses volumiques et les caractéristiques intrinsèques sont conservées.

L'équation de la dynamique peut être écrite sous la forme :

$$\mathrm{div}(\sigma) + f_v = \rho.\ddot{U} \ \text{ dans } \ (\Omega) \quad (1)$$

où ρ est la masse volumique, Ü représente l'accélération, σ est le tenseur des contraintes, div(σ) représente l'opérateur de divergence, f_v est la force volumique et Ω représente le domaine étudié.

L'homogénéité de la formule précédente impose que le produit ρ.Ü (force d'inertie) soit dans le même rapport d'échelle que la force volumique f_v et que la dérivée des contraintes par rapport aux longueurs. La dimension de div(σ) est $\sigma.L^{-1}$ et comme ρ et Ü sont conservés, et L est divisé par 3, rapport de similitude des longueurs, le tenseur des contraintes doit être divisé par 3. Le temps doit être divisé par $\sqrt{3}$ à échelle réduite afin de conserver l'accélération. Par un raisonnement simple, les autres règles de similitude pour le respect des équations de la dynamique sont déduites.

Du fait que l'on utilise des matériaux naturels dont les caractéristiques intrinsèques sont conservées, on en déduit que le tenseur des contraintes doit être conservé, ce qui est en contradiction avec l'équation de la dynamique qui impose que ce tenseur doit être divisé par 3. En pratique deux phénomènes aident à s'affranchir de cette contradiction ; d'une part, le caractère non-linéaire du comportement du ballast est tel que le module tangent maximal apparent à échelle réduite est très inférieur à celui à échelle réelle puisque le niveau de chargement est beaucoup plus faible ; d'autre part, les déformations dues au ballast sont faibles et c'est la raideur de la plate-forme qui gouverne essentiellement les déplacements mesurés.

La force appliquée : charge cyclique

Les essais à réaliser consistent à simuler le passage d'un train sur trois traverses en appliquant un signal – sur chaque traverse avec un certain décalage en temps – reproduisant le passage d'un bogie. Comme le train comporte plusieurs bogies, il faut appliquer successivement plusieurs signaux. Le signal appliqué a la forme de la lettre M. Les pics du M représentent les essieux du bogie. D'après les calculs de Sauvage [3] qui ne tiennent pas compte des surcharges dynamiques, et leur adaptation par Alaoui et Naciri [4] sous forme d'une relation analytique continue, on peut représenter la force verticale exercée par le rail sur un blochet lors du passage d'un bogie par la forme analytique suivante :

$$F(t,Q,v) = \frac{QY}{2}\left[X^{\left(\frac{vt-a}{d}\right)^2} + X^{\left(\frac{vt-a-L}{d}\right)^2}\right] \quad (2)$$

où Q est la charge par essieu (N) (17 tonnes), v est la vitesse du train ($m.s^{-1}$), t est le temps (s), d est la distance entre les traverses (d = 0,6 m), a est une distance critique (a = 3 m qui est équivalent à 5d), L est la distance entre les deux essieux d'un bogie (L = 3 m), X, Y sont des variables sans dimension comprises entre 0 et 1 qui dépendent du module d'Young E_s du sol.

En supposant que la répartition de charge est la même sur les deux files de rail, l'expression de la force exercée par le vérin sur un blochet, dans la similitude conservant le champ d'accélération est :

$$F_{1/3}(t,Q,v) = \frac{QY}{2c_f}\left[X^{\left(\frac{\sqrt{3}vt-a}{d}\right)^2} + X^{\left(\frac{\sqrt{3}vt-a-L}{d}\right)^2}\right] \ t \in [0, T_{1/3}] \quad (3)$$

$$T_{1/3} = \frac{T_{1/1}}{\sqrt{3}} = \frac{d_b}{\sqrt{3}v}$$

où d_b = 18,7 m représente la distance entre deux bogies consécutifs et c_f est le facteur d'échelle associé à la force (la force et la masse ont le même facteur d'échelle $c_f = c_m = 27$).

La transformée de Fourier* de la charge exercée sur un blochet (à l'échelle réelle) lors du passage d'un bogie est donnée par (Fig. 3) :

$$\hat{F}(w,Q,v) = \frac{QYd.e^{-\left(\frac{wd}{2v\sqrt{-\ln X}}\right)^2}}{2v\sqrt{-\pi \ln X}} \cos\left(\frac{wL}{2v}\right) e^{\frac{iw}{2v}(L+a)} \quad (4)$$

* $\hat{f}(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{iwt} dt.$

La charge exercée sur un blochet lors du passage de N bogies peut être écrite sous la forme :

$$F_N(t,Q,v)=\frac{QY}{2}\sum_{n=0}^{N-1}[X^{(\frac{vt-nd_b-a}{d})^2}+X^{(\frac{vt-nd_b-a-L}{d})^2}]\ t\in[0,\frac{Nd_b}{v}] \quad (5)$$

La transformation de Fourier de la charge dans l'équation précédente est donnée par :

$$\hat{F}_N(w,Q,v)=\frac{QYd.e^{(\frac{wd}{2v\sqrt{-\ln X}})^2}}{2v\sqrt{-\pi\ln X}}\cos(\frac{wL}{2v})e^{\frac{iw}{2v}(L+a)}\sum_{n=0}^{N-1}e^{i\frac{w}{v}nd_b} \quad (6)$$

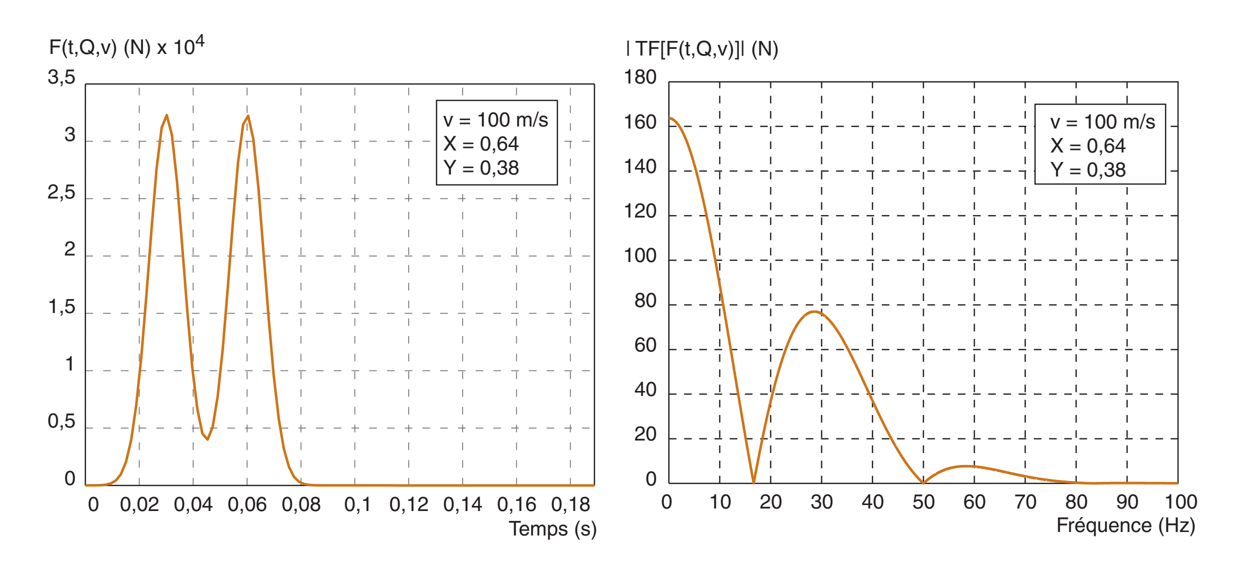


Figure 3

Passage d'un bogie sur un blochet (la force appliquée et sa transformée de Fourier).

Modélisation par éléments finis (code CESAR)

Technique de description d'une charge mobile

Pour les problèmes de charges mobiles, il n'y a pas seulement l'amplitude de charge à recalculer après chaque pas de temps, mais aussi sa position. Dans la modélisation par éléments finis, il faut repositionner à chaque pas de temps les nœuds qui sont concernés par la charge. Si, à ce pas de temps, la position de la charge ne correspond pas à celle d'un nœud, elle peut néanmoins être représentée par des charges équivalentes aux nœuds du voisinage.

La figure 4 donne ainsi un exemple dans lequel on considère une charge mobile (d'amplitude P(t)) qui se déplace sur deux éléments consécutifs (définis par les nœuds 1-2 et 2-3) après un intervalle de temps [t, t + Δt]. Dans ce cas, les charges nodales équivalentes à ces trois nœuds aux instants t et t + Δt peuvent être calculées en utilisant une interpolation linéaire et sont données par :

$$\begin{aligned}&t:P_1(t)=(1-\frac{x_1}{l_1})P(t),\ P_2(t)=\frac{x_1}{l_1}P(t),\ P_3(t)=0\\&t+\Delta t:P_1(t+\Delta t)=0,P_2(t+\Delta t)=(1-\frac{x_2}{l_2})P(t+\Delta t),P_3(t+\Delta t)=\frac{x_2}{l_2}P(t+\Delta t)\end{aligned} \quad (7)$$

Couche absorbante

Lorsque l'on simule un problème de propagation d'ondes dans un milieu infini par la méthode des éléments finis, les conditions normales (déplacements ou contraintes imposées) aux frontières

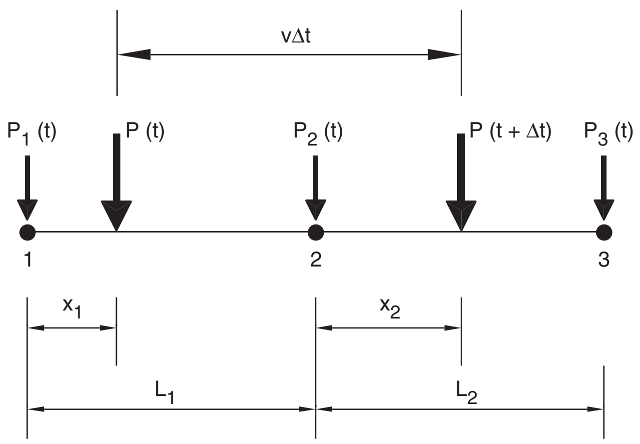


Figure 4
Distribution de la charge aux nœuds aux instants (t) et (t + Δt).

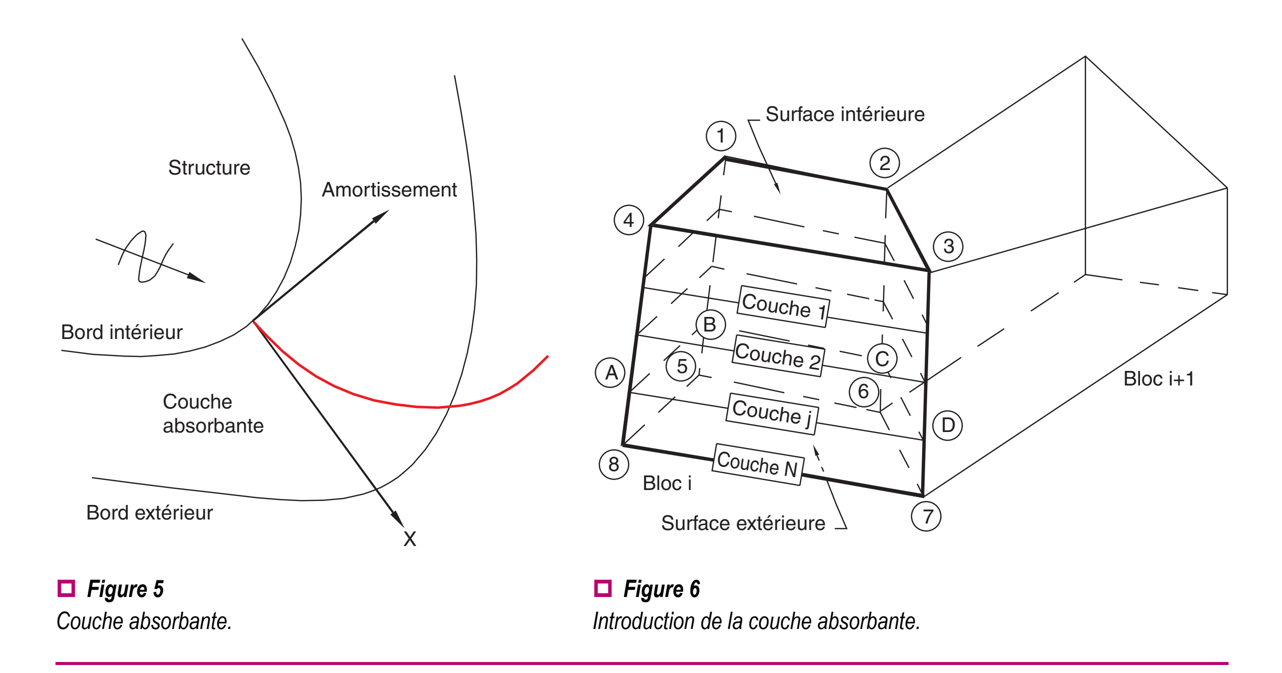


Figure 5
Couche absorbante.

Figure 6
Introduction de la couche absorbante.

provoquent des réflexions d'ondes qui n'ont pas de sens physique réel. Il faut donc introduire des conditions spéciales aux frontières afin d'éviter ces phénomènes. On choisit ici d'utiliser une couche absorbante pour absorber les ondes. La couche absorbante utilisée est une couche élastique dans laquelle l'amortissement en un point augmente en fonction de la distance du point considéré au bord intérieur de cette couche (Fig. 5).

Les amortissements introduits dans la couche absorbante doivent vérifier les deux critères suivants :

❶ Ils sont suffisamment visqueux pour que l'influence des frontières soit négligeable ;

❷ Ils évoluent suffisamment « lentement » pour qu'il n'y ait pas d'ondes réfléchies à cause des changements brusques d'amortissements.

Dans la pratique, l'évolution de l'amortissement du deuxième ordre [5] suivante peut être utilisée afin de satisfaire ces deux critères :

$$\eta(x)=\eta_0\left(\frac{x}{d}\right)^2 \qquad (8)$$

où x est la distance entre le point considéré et le bord intérieur, d est l'épaisseur de la couche absorbante et η_0 désigne la valeur maximale d'amortissement aux points se trouvant à la frontière extérieure (η_0 vaut 1 % du module d'élasticité du milieu).

On souligne que ce type d'amortissement qui varie en fonction de l'espace ne représente pas un vrai modèle physique. Il est introduit simplement dans le but d'obtenir des résultats numériques corrects.

Schéma général

La figure 6 présente une procédure pour modéliser une structure non bornée soumise à des charges mobiles. La première étape est de créer le maillage en utilisant le pré-processeur MAX3D de CESAR. Le maillage doit être écrit sous le format texte (à qui l'on donne par exemple le nom prob_calcu.data). À partir de ce fichier, le programme COND_ABS cherche des nœuds dans la couche absorbante et ajoute des éléments d'amortissement ponctuels (SP3A) à ces nœuds. Les nouvelles données sont écrites dans un deuxième fichier (prob_abs.data). Ensuite, le programme CHMOB lit les données dans le fichier prob_abs.data et ajoute des données pour simuler des charges qui se déplacent suivant une (ou plusieurs) ligne droite. Les amplitudes des charges peuvent être constantes ou varier en fonction du temps. CHMOB crée un nouveau fichier (prob_mob.data) que l'on peut lancer avec CESAR pour obtenir les résultats. La description détaillée des outils COND_ABS et CHMOB est présentée par la suite.

La couche absorbante est construite par un ensemble de plusieurs blocs. Chaque bloc est défini par 8 nœuds dont les nœuds (1,2,3 et 4) définissent la frontière intérieure (sur laquelle $\eta = \eta_{min}$) et les nœuds (5, 6, 7 et 8) définissent la frontière extérieure (sur laquelle $\eta = \eta_{max}$) (Fig. 7). Dans un bloc i, on définit n couches. L'outil CONDABS va chercher les nœuds qui se trouvent à chaque couche et ajouter à ces nœuds les éléments d'amortissement SP3A. La valeur d'amortissement sur une couche (j) (définie par 4 nœuds A, B, C et D) est constante et est définie par l'équation (8) où x et d sont respectivement les distances des centres de (ABCD) à (1 234) et de (5 678) à (1 234).

En pratique, l'utilisation de l'outil CONDABS se fait de la façon suivante :

1. DONNÉES

(a) Nom de fichier CESAR : fichier.data créé par MAX3D.

(b) Nom de fichier : donner un nom pour le fichier décrivant les amortisseurs de la couche absorbante.

(c) Nom de fichier de données pour la couche absorbante. Donner le nom d'un fichier texte où l'on définit la structure des couches absorbantes, de la façon suivante :

i. nzone, coefabs : nombre de blocs et η_0.
FOR i = 1, nzone.
ii. ((p(i,j),i = 1,8),j = 1,3) : coordonnées (x_1,x_2,x_3) de 8 nœuds pour chaque bloc.
iii. ncouche.
end

2. RÉSULTAT. L'outil CONDABS corrige le nombre d'éléments, le nombre de groupes de matériaux, ajoute les éléments SP3A et crée un nouveau fichier de données.

Validation numérique

Afin de valider le fait que les éléments d'amortissement peuvent être utilisés pour modéliser un demi-espace infini, des calculs en éléments finis en 2D et 3D sous chargement harmonique fixe et mobile sont effectués. Ces calculs permettent d'avoir les déplacements verticaux à comparer avec ceux déterminés analytiquement. Les critères de validation sont les suivants :

- le déplacement obtenu par le modèle d'éléments finis doit être cohérent avec la solution analytique. On s'intéresse surtout au déplacement vertical ;
- les résultats numériques doivent être validés avec plusieurs valeurs de fréquences de la charge (cas d'une charge harmonique) et de vitesses (cas d'une charge mobile).

Dans le cas 2D, on traite un demi-espace infini soumis à une charge harmonique fixe (10 Hz) appliquée à sa surface libre. La solution analytique de ce problème, qui permet d'avoir les déplacements en un point (x,y), en régime stationnaire est définie, par Achenbach [6]. Un deuxième exemple est abordé avec une charge constante qui se déplace sur la surface libre d'un demi-espace infini dont la solution analytique est donnée par Eringen [7]. Les mêmes exemples traités dans le cas 2D sont aussi abordés en 3D. La solution analytique en 3D est obtenue grâce à une méthode semi-analytique qui permet de résoudre le problème linéaire de la propagation des ondes dues aux forces appliquées sur la surface en régime permanent dans un milieu solide multicouche [8].

Dans les cas (2D) et (3D), les calculs en éléments finis avec des éléments d'amortissement pour simuler le demi-espace infini donnent de bons résultats (déplacements et contraintes verticaux) en comparaison avec ceux déterminés à partir des solutions analytiques.

La figure 8 montre un maillage (3D) d'une moitié d'un demi-espace infini. Dans ce maillage, les épaisseurs des couches absorbantes dans les directions horizontales ox et oy sont identiques et valent 25 m. La figure 9 présente les courbes de déplacements obtenues au niveau z = – 0,6 m par la méthode des éléments finis et la solution analytique pour une force fixe harmonique (F = 1 N à 20 Hz) appliquée sur la surface libre d'un demi-espace infini (z = 0).

Charge mobile

En pratique, l'utilisation de l'outil CHMOB se fait de la façon suivante :

1. DONNÉES

(a) Nom de fichier CESAR : fichier.data créé par MAX3D.

(b) Nom de fichier : donner un nom pour le fichier décrivant la charge mobile.

(c) Niveau de la charge : coordonnée en x_3 de la charge.

(d) Position initiale : position du point de départ de la charge.

(e) Position finale : position du point final de la charge.

(f) Nombre de lignes : permet de définir le nombre de lignes parallèles de charge.

(g) Coordonnées en y de ces lignes : donner n valeurs réelles pour n lignes.

(h) Nombre de pas de temps : variable NPAS1.

(i) Pas de temps : variable DT (s).

(j) Amplitude : amplitude de la charge (N).

(k) Fréquence : fréquence de la charge (Hz).

2. RÉSULTAT. L'outil CHMOB crée un nouveau fichier en gardant les mêmes valeurs au niveau du maillage et des caractéristiques physiques et en modifiant les données des mots-clés CHAR (position de chargement) et CFT (variation de la charge dans le temps) [9].

La vitesse v de la charge est déterminée par :

$$v = \frac{\text{position finale} - \text{position initiale}}{(\text{nombre de pas de temps} - 1) \times (\text{pas de temps})} \qquad (9)$$

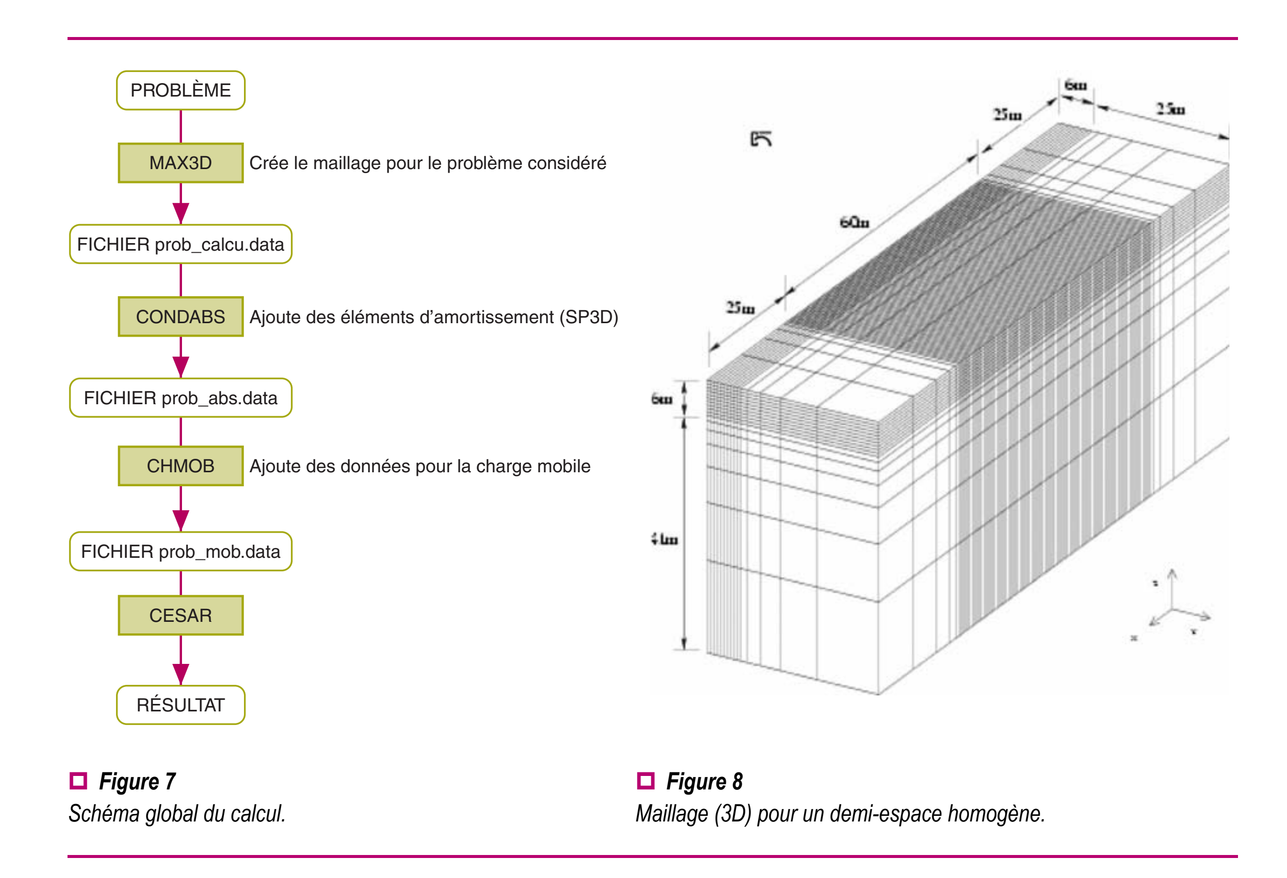
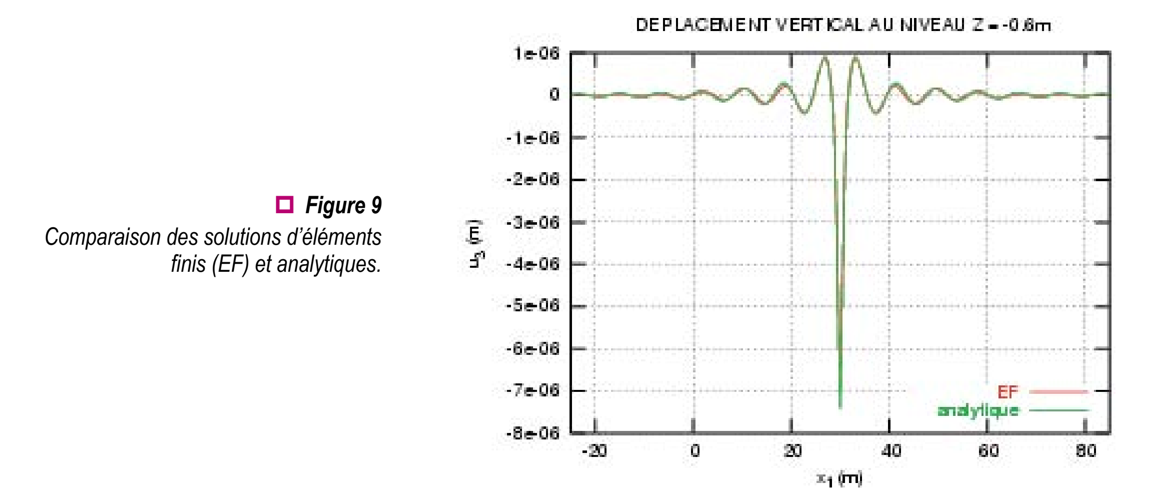


Figure 7
Schéma global du calcul.

Figure 8
Maillage (3D) pour un demi-espace homogène.

Figure 9
Comparaison des solutions d'éléments finis (EF) et analytiques.



DIMENSIONNEMENT DU BANC D'ESSAI

Critères de dimensionnement du banc d'essai

Le dimensionnement du banc d'essai consiste à identifier la ou les couche(s) (matériau et épaisseur) située(s) sous la couche du béton afin de bien satisfaire les trois critères suivants.

❶ La dalle en acier doit être rigide par rapport au comportement de la portion de voie. Le rapport entre l'accélération sur la surface supérieure de la dalle et celle sur la surface chargée de la portion doit être faible. Dans ce but, on effectue des calculs simples en éléments finis (on suppose que tous les constituants de l'essai suivent des lois de comportement élastiques et linéaires) en appliquant une charge en forme de M afin de déterminer l'accélération maximale sur la surface de la dalle en acier. Le module de l'accélération sur la surface de la dalle ne doit pas dépasser 1 % de l'accélération gravitationnelle, ce qui assure que la dalle et les couches au-dessous restent à peu près rigides par rapport au comportement de la portion lors du fonctionnement de l'expérience.

❷ La vibration induite par la propagation des ondes dans l'environnement, lors de l'expérience, ne doit pas menacer le confort des gens dans les locaux voisins. Dans ce but, on détermine l'accélération dans le béton constituant la fondation de l'essai, situé sous le massif, en se servant d'un modèle unidimensionnel simple qui remplace la couche de béton. L'accélération est ensuite comparée avec les critères décrits ci-dessous afin d'évaluer l'influence de cette vibration. Du fait que plusieurs paramètres comme l'accélération, la fréquence, le mode d'application, la durée et la situation du sujet peuvent intervenir dans l'évaluation des effets de la vibration sur l'homme, il est difficile de trouver une méthode simple et définitive permettant de bien caractériser les résultats. En général, il existe trois critères simples et approximatifs pour évaluer la réponse de l'homme à une vibration : le seuil de perception ou de sensibilité, le cas désagréable (déplaisant) et la tolérance [10, 11]. La figure 10 présente les trois critères dans le cas d'une exposition à une vibration verticale pour une durée de 5 à 20 minutes.

❸ Le massif, y compris la dalle en acier, qui supporte la portion de voie doit se comporter comme un demi-espace infini. Autrement dit, il faut bien vérifier qu'il n'y a pas d'ondes réfléchies pouvant perturber les mesures dans la portion de la voie, et s'il y en a, elles doivent avoir des influences négligeables sur la réponse dynamique de la portion. Pour cela, une comparaison entre la réponse de la portion et celle de la voie réelle en utilisant la méthode des éléments finis (les ondes sont absorbées par des couches absorbantes : éléments d'amortissement) sera utile afin de vérifier si la taille du massif est suffisante pour simuler un demi-espace infini et si, avec trois traverses sollicitées, on reste dans le même ordre de grandeur de résultats que dans le cas de la voie réelle.

Modélisations et résultats

Dans les calculs suivants, on considère en premier lieu une couche de sable, située au-dessous de la couche du béton qui supporte la dalle en acier,en se fondant sur la loi de similitude conservant le

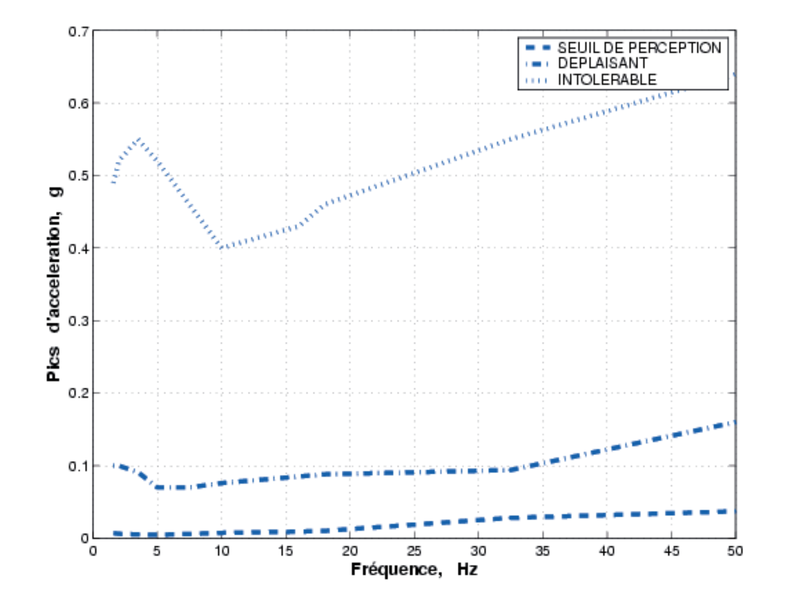


Figure 10

Les seuils d'accélération à plusieurs fréquences pour lesquels les sujets perçoivent la vibration ; la trouvent déplaisante ; ou refusent de la supporter. Expositions pour une durée de 5 à 20 minutes.

TABLEAU I
Valeurs des caractéristiques des matériaux

Matériaux	Densité (kg/m^3)	Module d'Young (Pa)	Coefficient de Poisson
Béton armé	2 500	$2{,}5.10^{10}$	0,2
Ballast	1 700	$1{,}5.10^{8}$	0,4
Acier	7 800	$2{,}1.10^{11}$	0,28
Sable	1 600	10^{8}	0,25

champ d'accélération et en appliquant la charge mobile M à 100 m/s à l'échelle réelle. L'utilisation de la couche de sable (2,5 m) permet d'avoir une plate-forme proche de la plate-forme réelle. Les caractéristiques physiques et mécaniques des matériaux sont données dans le tableau I.

Premier critère de dimensionnement

Du fait que l'on ne s'intéresse pas aux comportements des blochets, on peut éliminer les traverses dans la modélisation en éléments finis pour des raisons de simplicité afin de répondre au critère (1). Toutes les couches sont modélisées par des éléments volumiques de type MTH8 (hexaèdre à 8 nœuds), avec trois degrés de liberté par nœud. Le portique, constitué d'un ensemble de poutres, est modélisé par des éléments de poutres PT2 à six degrés de liberté par nœud. Les deux types d'éléments sont assemblés à l'aide de poutres, dix fois plus raides que celles du portique, qui servent à transformer les degrés de liberté de rotation (θ_x, θ_y et θ_z) en degrés de liberté de déplacement (u, v et w) (Fig. 11). Les vérins sont simulés par des éléments spéciaux de type masse (SP3M).

Conditions aux limites. On bloque tous les déplacements, selon les trois degrés de liberté (u, v et w), des nœuds qui constituent le fond du modèle (condition d'encastrement).

Calcul des modes propres. Dans un premier temps, on détermine en utilisant le module d'exécution MODE de CESAR [9, 12, 13], les vingt premières fréquences et modes propres. Les modes et les fréquences propres permettent d'avoir une estimation de la ou des fréquences avec lesquelles le système va être sollicité en appliquant certaines charges. De plus, comme on étudie la vibration verticale du système, en connaissant deux modes propres convenables (modes verticaux), on peut calculer la matrice d'amortissement globale d'un modèle de type Rayleigh.

L'amortissement de type Rayleigh est donné par la formule : $C = A \times K + B \times M$, où K et M sont respectivement la matrice de rigidité et la matrice de masse, A et B représentent les coefficients de

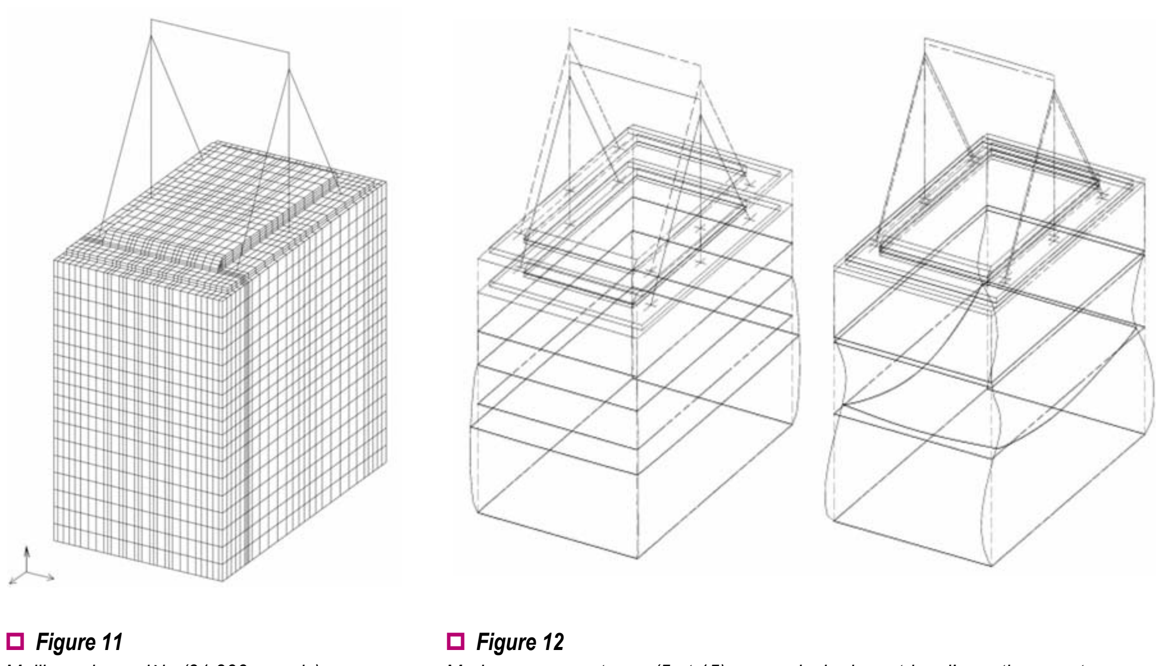


Figure 11
Maillage du modèle (21 233 nœuds).

Figure 12
Modes propres retenus (5 et 15) pour calculer la matrice d'amortissement.

Rayleigh. En se fondant sur l'analyse modale et en considérant que les vecteurs propres sont C-orthogonaux, on peut écrire :

$$\varphi_i{}^T C \varphi_j = 2\omega_i \xi_i \delta_{ij} \qquad (10)$$

où φ_i et φ_j sont respectivement le i-ième et le j-ième vecteurs propres, $\varphi_i{}^T$ représente le transposé, ω_i est le i-ième pulsation, ξ_i le taux d'amortissement qui correspond au i-ième mode propre et δ_{ij} représente le symbole de Kronecker.

En substituant l'équation (9) dans l'équation (10) et en s'appuyant sur le fait que les vecteurs propres sont K et M-orthogonaux, on obtient pour i = j :

$$A\omega_i{}^2 + B = 2\omega_i \xi_i \qquad (11)$$

Pour calculer A et B, il suffit donc de connaître deux fréquences propres convenables et les taux d'amortissement correspondants. On considère que le modèle a le même taux d'amortissement $\xi = \xi_5 = \xi_{15} = 10$ % pour le cinquième et le quinzième modes propres (Fig. 12).

Calcul en vibration forcée. Les forces exercées sur le banc d'essai par les vérins sont simulées par des forces verticales ayant la forme de la lettre M, selon le troisième degré de liberté w. Deux types de force sont appliqués. Le premier type est représenté par des forces concentrées aux nœuds sur lesquels les vérins sont situés (force de réaction). Le deuxième est de type pression, forces surfaciques uniformément réparties sur dix surfaces correspondant aux cinq traverses où chaque surface est égale à celle du fond d'un blochet à l'échelle réduite (1/3) ($0,28 \times 0,097$ m^2). Toutes les forces ont le même module, mais avec un décalage de temps (jd/v) où j représente le numéro de la traverse.La résultante de la force appliquée sur la traverse j (également sur la position du vérin j) lors du passage d'un bogie est donnée par la formule suivante (Fig. 13) :

$$F^j_{1/3}(t,Q,v) = \frac{QY}{27}\left[X^{\left(\frac{\sqrt{3}vt - jd - a}{d}\right)^2} + X^{\left(\frac{\sqrt{3}vt - jd - a - L}{d}\right)^2}\right] \quad t \in [0, T_{1/3}] \qquad (12)$$

En utilisant le module d'exécution DYNI (calcul par intégration directe en temps de la réponse d'une structure soumise à une sollicitation dynamique) [9, 12, 13], on peut calculer le déplacement, l'accélération et les contraintes sur n'importe quel nœud de ce système. En regardant les courbes d'accélération sur la figure 14, on trouve une accélération maximale de l'ordre de 2,6 m/s^2 (26 % de l'accélération gravitationnelle) sur la surface chargée de ballast. Par contre, on a une valeur de l'ordre de 0,05 m/s^2 (0,5 % de l'accélération gravitationnelle) sur la surface supérieure de la dalle en acier ce qui assure que la dalle est rigide par rapport au comportement de la portion de voie.

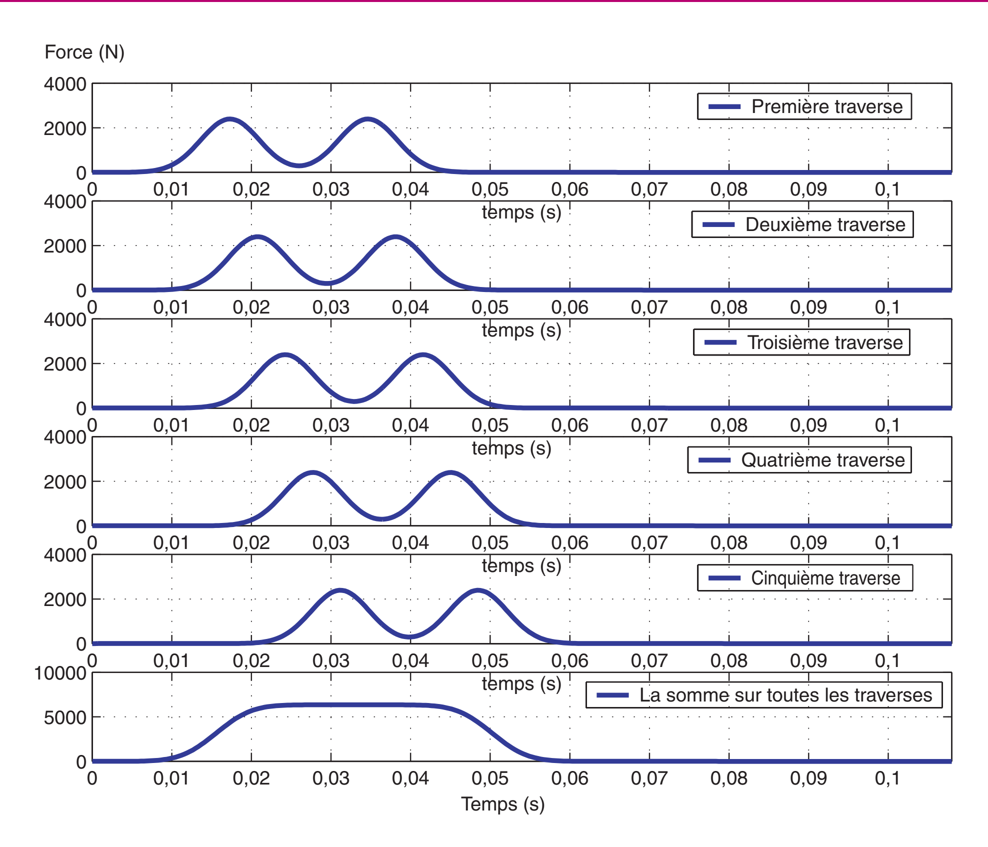


Figure 13

Passage d'une force M sur cinq traverses à l'échelle réduite avec une vitesse $V_{(1/3)} = 100/\sqrt{3}$ m/s, X = 0,64 et Y = 0,38.

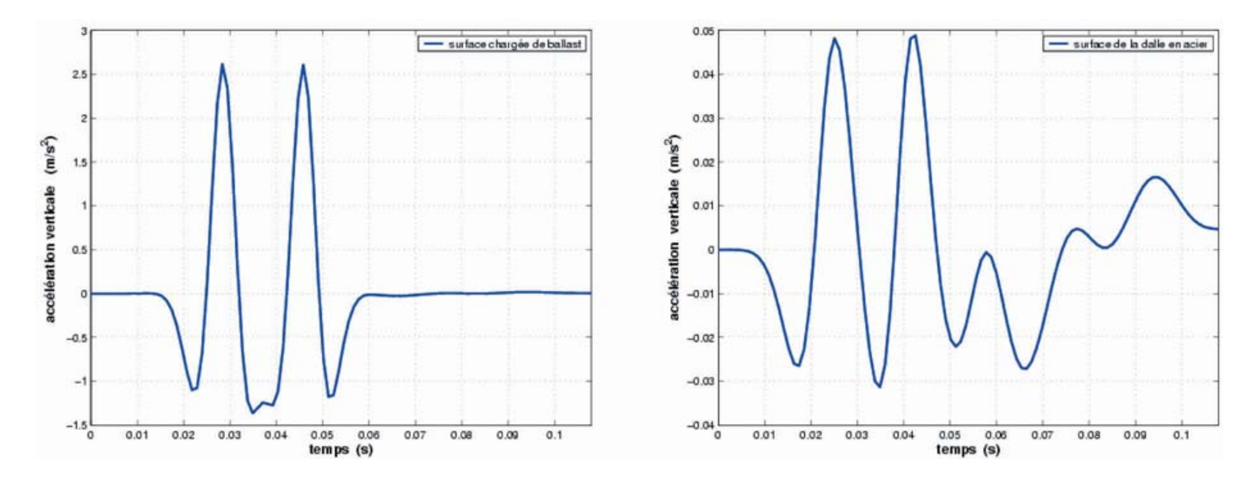


Figure 14

Accélération verticale.

Deuxième critère de dimensionnement

Afin de répondre au critère (2), on remplace la fondation en béton qui supporte la structure, pour des raisons de simplicité, par une barre semi-infinie (élastique-linéaire). Cette barre a les mêmes caractéristiques mécaniques que le béton. Une force longitudinale F(t) est appliquée en x = 0 représentant les réactions sur le fond encastré du modèle. Cette force qui est fonction du temps peut être déterminée en multipliant la contrainte verticale (maximale) σ_{zz} sur le fond par sa surface S ($F(t) = \sigma_{zz}S$). La transformée de Fourier de l'accélération en x = 0 sera projetée sur les courbes présentées sur la figure 10 pour évaluer l'influence de la vibration verticale sur le confort humain. L'équation d'équilibre dynamique d'une barre homogène dans le cas élastique linéaire à un point x s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad x \in [0,+\infty] \text{ et } t>0 \\ &\sigma(0,t).S = ES\frac{\partial U(0,t)}{\partial x} = F(t) \end{aligned} \tag{13}$$

où U(x,t) est le déplacement longitudinal à l'instant t du point M situé en x et σ (0,t) la contrainte à (x = 0,t), c la célérité de l'onde $c = \sqrt{E/\rho}$. E et ρ sont respectivement le module d'Young et la densité de la barre, et S la section de la barre.

Notons $\hat{U}(x,w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x,t) e^{iwt} dt$, la transformée de Fourier de U. Û est alors solution du problème suivant :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \hat{U}(x,w)}{\partial x^2} + \frac{w^2}{c^2}\hat{U}(x,w) = 0 \\ &ES\frac{\partial \hat{U}(0,w)}{\partial x} = \hat{F}(w) \end{aligned} \tag{14}$$

La solution peut être écrite sous la forme suivante : $\hat{U}(x,w) = \hat{u}(w) e^{i\frac{w}{c}x}$ (15)

En se servant de la condition aux limites, on peut écrire :

$$iw\,\hat{u}(w) = \frac{\hat{F}(w)}{S\sqrt{\rho E}} \Rightarrow \hat{v}(w) = \frac{\hat{F}(w)}{S\sqrt{\rho E}} \tag{16}$$

où $\hat{v}$(w) est la transformée de Fourier de la vitesse en x = 0. En effectuant la transformée de Fourier inverse, on obtient la vitesse en x = 0 en fonction du temps :

$$v(t) = \frac{F(t)}{S\sqrt{\rho E}} \tag{17}$$

Et l'accélération en x = 0 est donnée par la formule suivante :

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{S\sqrt{\rho E}} \frac{dF(t)}{dt} \tag{18}$$

Comme la force F(t) est sous une forme numérique, l'accélération et sa transformée sont déterminées numériquement. L'accélération sur la figure 15 est obtenue en dérivant la vitesse par rapport au temps à l'aide de la série de Taylor ; sa transformée de Fourier est déterminée en utilisant la transformation de Fourier rapide. En traçant le module de la transformée de Fourier de l'accélération en x = 0

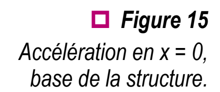
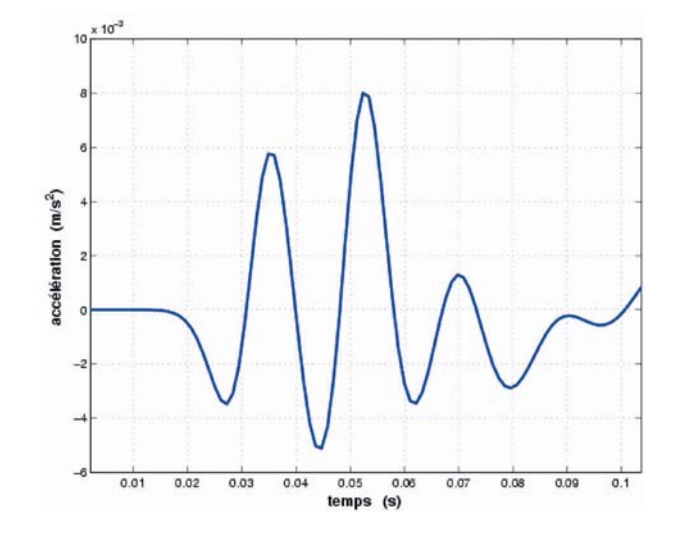
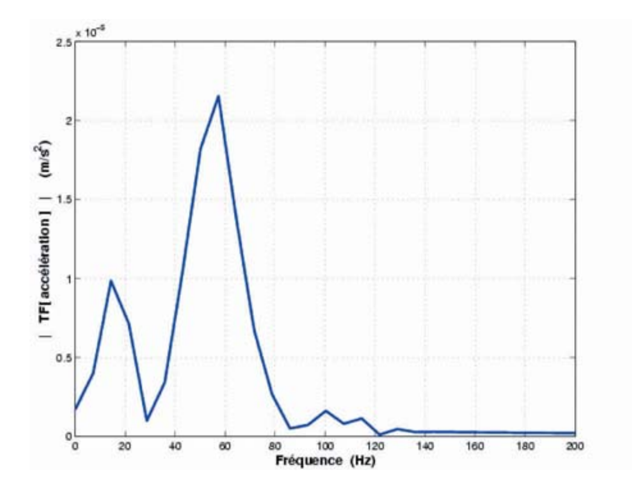


Figure 15
Accélération en x = 0, base de la structure.





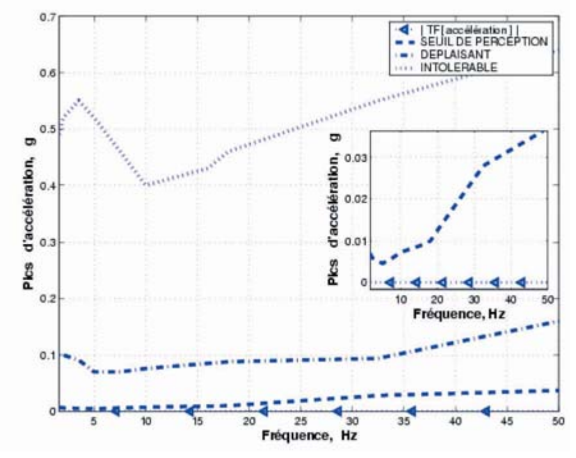


Figure 16

Module de la transformation de Fourier de l'accélération.

sur la même figure représentant les courbes d'évaluation de la sensibilité humaine à une vibration verticale (Fig. 16), on constate que cette accélération ou bien cette vibration ne sera pas perçue par l'homme.

Comparaison numérique banc d'essai/modèle de voie à échelle réelle

Une comparaison numérique, en utilisant la méthode des éléments finis (CESAR) est envisagée entre un modèle de voie à échelle réelle et le banc d'essai à échelle réduite (avec des bords limités). L'intérêt de cette comparaison est de vérifier si l'on reste toujours dans le même ordre de grandeur de déplacement, de contrainte et d'accélération en passant de l'échelle réduite à l'échelle réelle.

Le modèle à échelle réelle sur la figure 17 est représenté par quarante-huit traverses. Des couches absorbantes constituées d'éléments d'amortissement sont utilisées dans le calcul dynamique afin d'absorber les ondes incidentes et les ondes réfléchies.

En considérant que la voie est symétrique par rapport à un plan perpendiculaire à l'entretoise et situé au milieu entre deux blochets correspondant à la même traverse, une moitié du modèle est traitée pour la voie à échelle réelle, ainsi que pour le banc d'essai à échelle réduite, afin de diminuer la taille du problème. Les déplacements normaux au plan de symétrie sont bloqués afin de simuler cette symétrie.

La file du rail et les entretoises sont modélisés par des éléments massifs en conservant leurs rigidités en flexion et la distribution de leurs masses. Les fonds des deux modèles (voie à échelle réelle et banc d'essai) sont bloqués selon les trois degrés de liberté (condition d'encastrement). Le massif du banc d'essai étant entouré par les parois de la fondation, les déplacements transversaux ont été bloqués. Pour la portion de la voie (la partie située au dessus de la dalle en acier), on bloque les déplacements normaux aux deux plans verticaux représentant le début et la fin de la portion (Fig. 18).

On utilise le module d'exécution DYNI de CESAR qui permet de calculer les déplacements, les contraintes et les accélérations sur tous les nœuds. Quatre cas sont traités :

❶ un modèle à échelle réelle avec des couches absorbantes et deux forces concentrées (voie réelle : 2 forces) qui se déplacent avec une vitesse constante sur une distance de 15 m de rail (25 traverses) ;
❷ un modèle à échelle réelle avec des couches absorbantes et une seule force concentrée qui se déplace avec une vitesse constante sur une distance de 15 m de rail (voie réelle : 1 force) ;
❸ le banc d'essai avec des matériaux naturels, noté banc d'essai (E), et une force surfacique de forme M appliquée sur les trois traverses avec des décalages en temps ;
❹ la même description que le cas (3), mais avec des matériaux artificiels, noté banc d'essai (E/3).

Les calculs dynamiques sont réalisés avec une vitesse v = 100 m/s à l'échelle réelle. La matrice d'amortissement du modèle à échelle réelle est déterminée par la formule $C = A \times K + B \times M$ (amortissement de Rayleigh) où les paramètres A et B sont déduits à partir des paramètres calculés dans le cas du banc d'essai en passant de l'échelle réduite à l'échelle réelle.

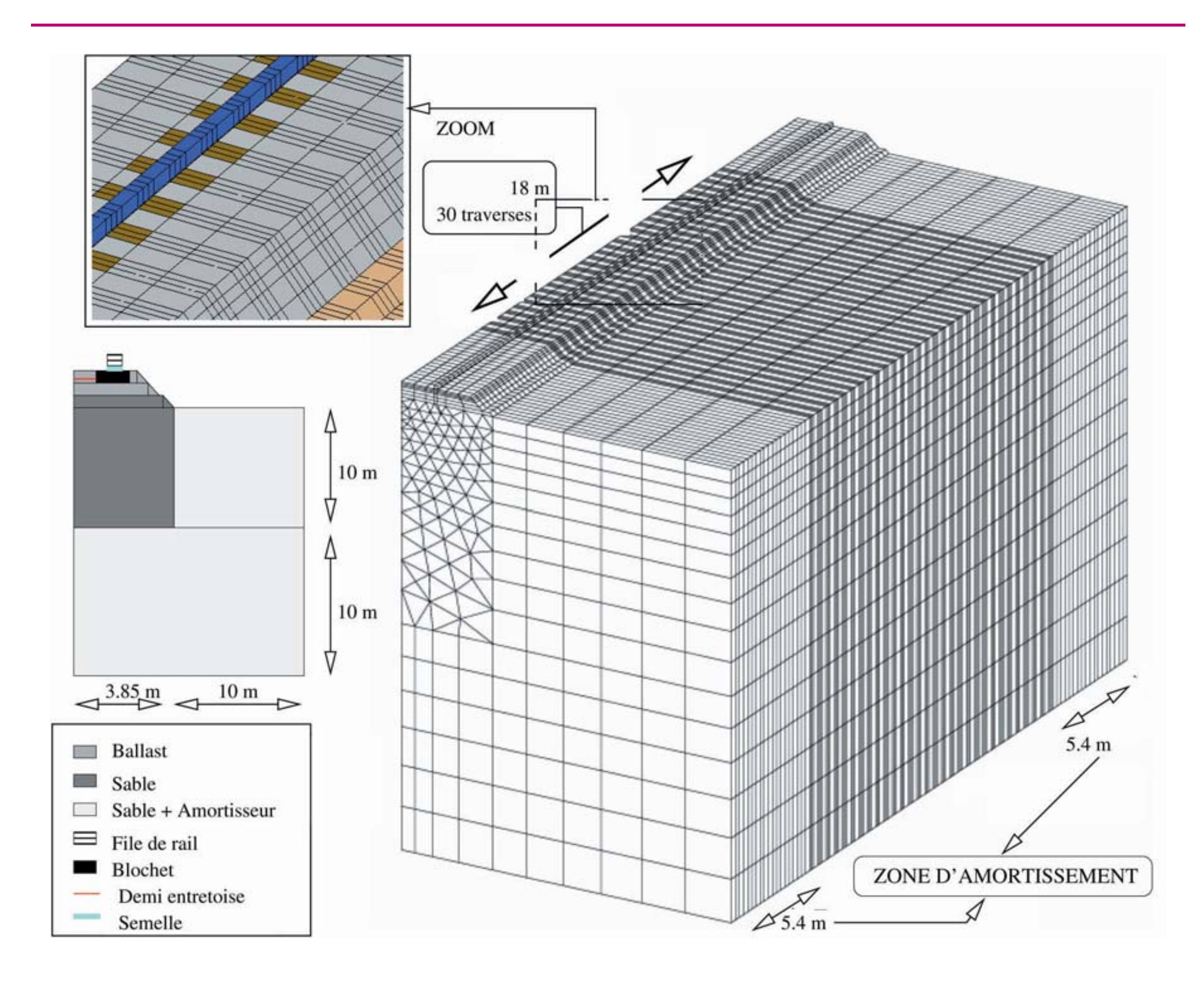


Figure 17

Maillage d'une moitié de la voie ferrée réelle (43 646 nœuds).

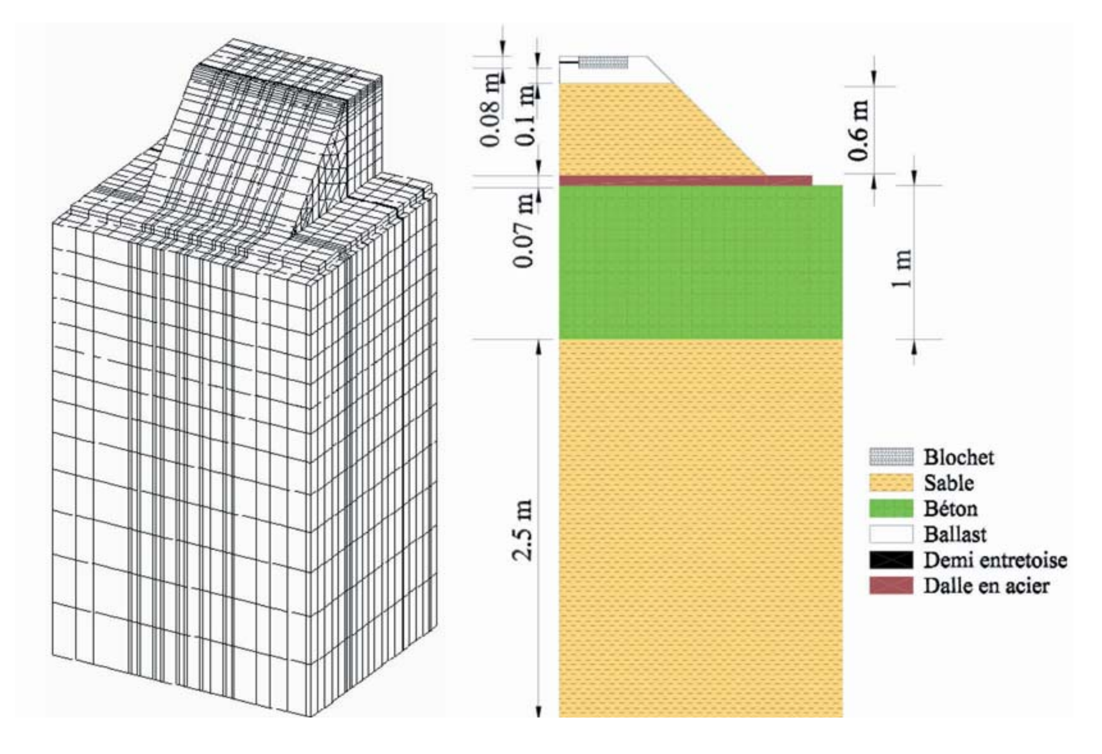


Figure 18

Maillage d'une moitié du banc d'essai (27 794 nœuds).

La figure 19 montre le déplacement à l'instant t sur une ligne passant par le fond des blochets et parallèle à l'axe de déplacement de la charge. t représente, pour le banc d'essai, l'instant auquel le deuxième pic de la force M arrive à la troisième traverse (t = 0,0665 s pour v = 100 m/s). Pour le modèle à échelle réelle avec deux forces, t est l'instant auquel la deuxième force concentrée arrive à la onzième traverse parmi les traverses chargées (t = 0,0915 s pour v = 100 m/s). Pour le cas du modèle à échelle réelle avec une seule force concentrée, t désigne le temps auquel la force arrive à la onzième traverse chargée (t = 0,0615 s pour v = 100 m/s). Autrement dit, la traverse 11 (parmi les traverses chargées) du modèle à échelle réelle est représentée par la traverse 3 dans le cas du banc d'essai.

Les courbes des contraintes et des accélérations appartiennent au nœud situé sur le fond du blochet numéro 3 dans le cas du banc d'essai et sur le fond du blochet numéro 11 dans le cas du modèle à échelle réelle.

Pour le banc d'essai (E/3), on constate des déplacements positifs (*cf*. Fig. 19) et des accélérations qui dépassent l'accélération gravitationnelle (Fig. 20). Cela peut être expliqué par le fait que l'on utilise des matériaux avec des modules d'Young trois fois plus faibles ce qui rend l'accélération plus élevée. En outre, on obtient un bon accord entre les accélérations dans le cas du banc d'essai (E) et celles dans le cas (voie réelle : 2 forces).

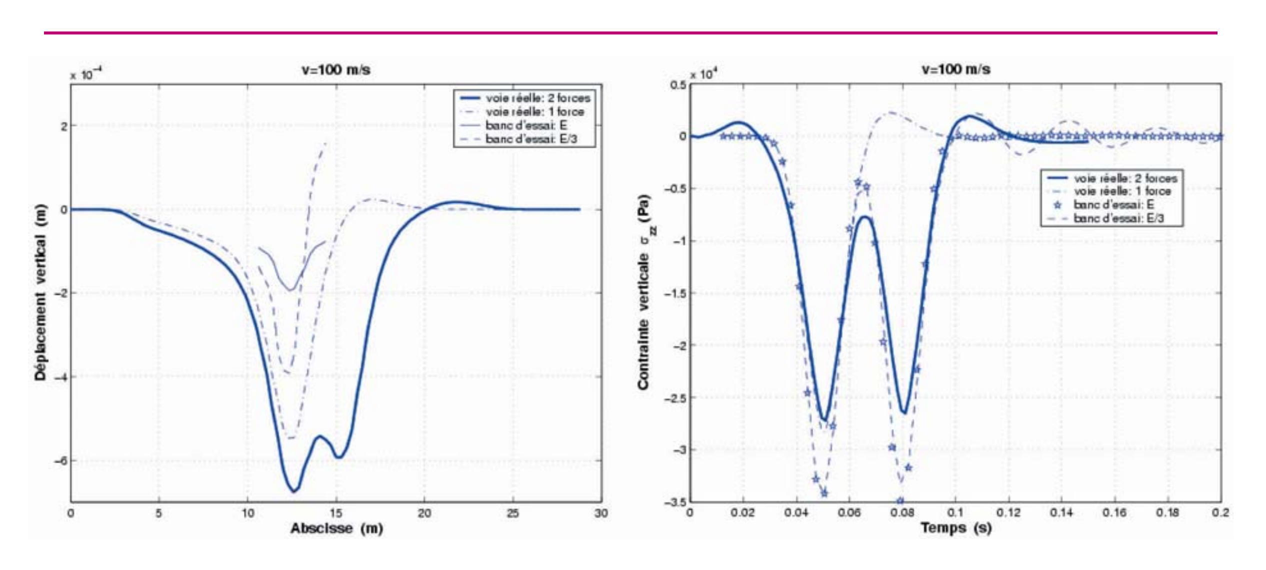


Figure 19

Cas dynamique : vitesse de chargement v = 100 m/s.

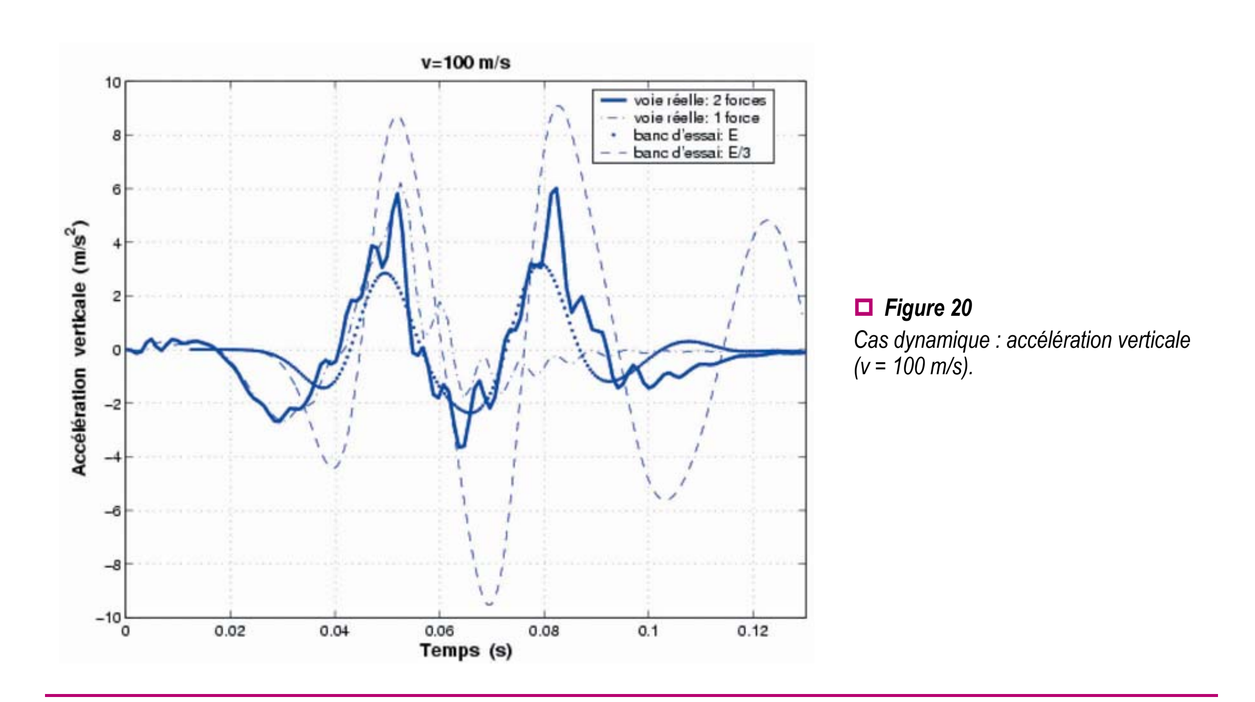


Figure 20

Cas dynamique : accélération verticale (v = 100 m/s).

La différence entre les résultats dans le cas du modèle à échelle réelle et ceux obtenus dans le cas du banc d'essai avec des matériaux naturels peuvent s'expliquer par quatre raisons :

- l'utilisation d'une force de forme M, qui est une approximation analytique des efforts supportés par un blochet lors du passage des trains à grande vitesse ;
- l'adoption d'une loi de similitude qui conserve les champs d'accélération avec des matériaux naturels, ce qui permet d'avoir des bons résultats au niveaude l'accélération mais pas au niveau du déplacement. Les résultats au niveau du déplacement peuvent être améliorés en augmentant le nombre de traverses dans le banc d'essai à échelle réduite ;
- le banc d'essai représente une portion de la voie réelle avec des bords limités, ce qui favorise la réflexion des ondes ;
- le problème numérique éventuel, qui peut provenir d'un maillage qui n'est pas assez fin et/ou du choix de pas de temps et qui peut être aussi imposé par la capacité optimale de l'ordinateur et de la durée du calcul. La taille moyenne d'un élément de maillage est choisie d'une manière qu'elle soit inférieure à la longueur d'onde de Rayleigh divisée par 5. Le pas de temps est choisi tel que la charge roulante soit distribuée sur tous les nœuds constituant les lignes sur lesquelles passe la charge.

CONCLUSION

Les résultats obtenus avec une couche de sable de 2,5 m de hauteur sont satisfaisants. Lors du passage d'un bogie simulé par le signal en M, l'accélération maximale sur la surface supérieure de la dalle en acier ne dépasse pas 0,5 % de l'accélération gravitationnelle. L'accélération dans la fondation en béton armé reste toujours en dessous du seuil de perception de l'homme et, avec trois traverses sollicitées à une vitesse de 100 m/s à l'échelle réelle, on obtient une accélération très proche de celle obtenue dans le cas du modèle de voie à échelle réelle. Cela est bien justifié par la loi de similitude adoptée et assure que le banc d'essai à échelle réduite est une bonne représentation de la voie réelle. Les résultats numériques montrent une différence entre le banc d'essai et le modèle réelle au niveau des déplacements et des contraintes, qui peut provenir des effets de la loi de similitude qui conserve le champ d'accélération, de la force approximative de forme M et d'un essai avec des bords limités.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] BALSAN M., U*n modèle mathématique de la voie ferrée moderne*, Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), **1980.**

[2] BODIN V., *Comportement du ballast des voies ferrées soumises à un chargement vertical et latéral*, Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, 19 juin **2001.**

[3] SAUVAGE G., Railway track vertical static behaviour, *INRETS / LTN*, janvier **1993.**

[4] ALAOUI A., NACIRI T., *Les voies ballastées*, EUROBALT, CERAM, ENPC, Rapport technique, **1995**.

[5] BASU U., CHOPRA A.K., Perfectly matched layers for time-harmonic elastodynamics of unbounded domains : theory and finite-element implementation, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. **192,** Issues **11-12,** 14 mars **2003,** pp. 1337-1375.

[6] ACHENBACH J.D., *Wave Propagation in Elastic Solids,* North-Holland, **1973.**

[7] ERINGEN E.S., SUHUBI A.C., Elastodynamics, vol. **2 –** Linear theory, *Academic Press*, **1975.**

[8] NGUYEN V.H., *Comportement dynamique de structures non-linéaires soumises à des charges mobiles,* Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, janvier **2002.**

[9] *Code CESAR-LCPC 3.3, Mode d'emploi (deuxième partie)*, LCPC-Service mécanique, section modèles numériques, juillet **2001.**

[10] HARRIS M., CREDE E., *Shock and vibration handbook,* McGraw-Hill, **1961.**

[11] ATHANASOPOULOS G.A., PELEKIS P.C., Ground vibrations from sheetpile driving in urban environment : measurements, analysis and effects on buildings and occupants, *Soil dynamics and earthquake engineering*, vol. 19, Issue **5**, juillet **2000,** pp. 371-387.

[12] *Code CESAR-LCPC 3.1, Manuel théorique*, LCPC-Service mécanique, section modèles numériques, **1983-1984.**

[13] BATHE K.J., *Finite element procedures in engineering analysis,* Prentice Hall, **1982.**